

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу  
Паршина Максима Игоревича

"Исследование некоторых математических моделей  
движения термовязкоупругих жидкостей" ,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.01.02 - "Дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление"

Диссертационная работа Паршина М.И. посвящена исследованию начально-граничных задач для моделей термовязкоупругих сплошных сред, динамика которых зависит от явления теплопередачи. Хорошо известны различные начально-краевые и краевые задачи для классических систем уравнений гидродинамики таких как уравнения Навье–Стокса для ньютоновских жидкостей. Однако многие реальные среды, например, полимерные растворы, суспензии, битумы, бетон и другие не описываются моделями ньютоновской гидродинамики. Такие модели получили название неньютоновских, они рассматривались во многих работах Дж. Максвелла, Кельвина, Фойгта, Дж. Г. Олдройда, А.П. Осколкова и др.

Реологические соотношения для многих типов неньютоновских жидкостей являются уравнениями вида  $L_1(\varepsilon) = L_2(\sigma)$ , связывающими тензор скоростей деформации  $\varepsilon$  и девиатора тензора напряжений  $\sigma$ . Здесь  $L_1, L_2$  - дифференциальные операторы, которые могут содержать как частные, так и субстациональные производные по времени. Наиболее сложны модели с субстациональными производными, дающими дополнительные нелинейности.

Еще более сложными являются модели таких неньютоновских жидкостей, в которых учитываются явления, связанные с процессом теплопередач, а именно — модели термовязкоупругости. Это приводит к дополнению уравнений гидродинамики уравнениями типа теплопроводности.

Изучению математических проблем моделирования движения таких сред посвящены работы большого числа математиков: T. Roubiřek, I. Pawlow, J. Malek, L. Consiglieri, E. Bonetti, E. Bonfanti, В.Г. Звягина, В.П. Орлова и др.

Диссертационная работа Паршина М.И. посвящена исследованию начально-граничных задач для моделей термовязкоупругих сплошных сред.

Таким образом, актуальность темы диссертации не вызывает сомнений.

В диссертации установлено существование нелокальных слабых решений для систем термовязкоупругости типа Олдройда, в том числе и с памятью вдоль

траекторий движения. При достаточно гладких данных доказана нелокальная сильная разрешимость для системы термовязкоупругости Навье–Стокса–Фурье–Олдройда.

Остановимся кратко на содержании диссертации.

Диссертация объемом 103 страницы состоит из перечня обозначений, введения, четырех глав и списка литературы из 56 использованных источников и 14 наименований публикаций автора по теме диссертации.

В главе 1, носящей вспомогательный характер, приводятся известные сведения, необходимые для изложения результатов.

В главе 2 устанавливается слабая разрешимость начально-граничной задачи для модели термовязкоупругой среды типа Олдройда. Глава состоит из 5 разделов. В разделе 2.1 приводится постановка задачи и формулируется основной результат главы в виде теоремы 2.1. В разделе 2.2 рассматриваются вспомогательные задачи в операторной трактовке и доказываются их разрешимость. В разделе 2.3 построена последовательность аппроксимирующих задач для термовязкоупругой среды типа Олдройда, а в разделе 2.4 установлена сходимость их решений. В разделе 2.5 с помощью предельного перехода доказывается основная теорема 2.1.

В главе 3 исследуется динамика термовязкоупругой среды с памятью. Эта система содержит задачу Коши для ОДУ для поля скоростей, вдоль траекторий которой учитываются предыдущие напряжения, т.е. используется память среды. Доказывается слабая нелокальная разрешимость модели. Раздел 3.3 посвящен построению аппроксимирующих задач для модели динамики термовязкоупругой среды с памятью. В разделе 3.4 устанавливается сходимость решений аппроксимирующих задач. В разделе 3.5 проводится доказательство основной теоремы 3.1.

Глава 4 посвящена исследованию существования сильных решений начально-граничных задач для системы Навье–Стокса–Фурье–Олдройда. В разделе 4.1 формулируется теорема 4.1 о локальной разрешимости. Разделы 4.2 и 4.3 содержат доказательство теоремы 4.1, в разделе 4.2 доказываются разрешимость вспомогательных задач. Раздел 4.3 посвящен последовательному решению вспомогательных задач. В разделе 4.4 формулируется основной результат главы - теорема 4.4 о нелокальной разрешимости. Доказательство теоремы 4.4 проводится в разделах 4.5 и 4.6. Вначале рассматриваются вспомогательная система, а затем уравнение типа уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности и интегральной частью. Разрешимость этих задач устанавливается с помощью перехода к их операторной трактовке с последующим применением принципа сжимающих отображений. В разделе 4.6 строится итерационный процесс, основанный на последовательном решении вспомогательных задач. Доказывается сходимость итерационных решений к решению исходной системы.

Отметим замеченные в диссертации недостатки.

1. Имеются стилистические ошибки (отсутствие или лишние запятые на стр. 8, 9, 16, 34 и т.д.), опечатки (стр. 34, снизу, с.16, 8 строка сверху и т.д).

2. Ссылки [11] и [32] идентичны.

3. Комментарий по поводу вывода системы (0.45)–(0.48) уместно переместить на стр. 9, где обсуждается происхождение рассматриваемых уравнений.

4. На стр. 15 появляются не определённые ранее сокращенные обозначения норм в (0.43)–(0.44).

5. В неравенстве 1.1 на стр.24 значки нормы в квадрате являются лишними.

6. В интегралах на стр. 38 отсутствуют дифференциалы.

7. На стр. 47 формулы (3.6)–(3.7) должны следовать после  $(v, \theta)$ .

8. В доказательстве неравенства (3.25) опечатка, вместо  $W_2^2(\Omega)$  должно быть  $W_2^3(\Omega)$ , иначе указанное вложение не имеет места.

9. В главе 4 не очень удачно построено изложение основного результата от локального к нелокальному, в каждой части результат объявляется основным без соответствующей ссылки, что затрудняет чтение. Уместнее было бы сразу сформулировать основной результат, а затем изложить его доказательство по той же схеме.

10. На стр. 15 в (0.44) используется не определённое ранее обозначение  $\hat{g}$ .

Эти замечания не являются существенными и не влияют на общее благоприятное впечатление от всей работы в целом.

Таким образом, диссертация М.И. Паршина представляет собой законченное исследование, выполненное на достаточно высоком теоретическом уровне. В диссертации исследован важный класс термодинамических моделей неньютоновских жидкостей. Автор диссертации продемонстрировал уверенное владение современными математическими методами. Все результаты диссертации являются новыми и актуальными. Достоверность полученных результатов не вызывает сомнений. Изложение результатов понятное и четкое.

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы в дальнейших исследованиях новых классов термовязкоупругих сплошных сред, а также для приближенного решения уравнений термовязкоупругости.

Результаты диссертации опубликованы в 14 научных работах, 5 из которых принадлежат к перечню научных специализированных изданий, рекомендованных ВАК. Автореферат диссертации полностью и адекватно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная диссертационная работа по актуальности, новизне, научной и практической значимости полученных результатов полностью удовлетворяет всем требованиям раздела 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемых к кандидатским диссертациям по

физико-математическим наукам, а ее автор, Паршин Максим Игоревич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:


кандидат физико-математических наук,  
доцент, доцент кафедры  
математики и моделирования систем  
Воронежского института МВД России

394065, Воронеж, пр. Патриотов 53.

факс - 8 (473) 200-55-00.

Сайт: [www.vimvd.ru](http://www.vimvd.ru)

E-mail: [mail@vimvd.ru](mailto:mail@vimvd.ru)

 С.М. Ситник

01.03.2016 г.

Подпись С.М. Ситника заверяю

